2) * pour n=0, on a : $0,1 \le U_0 = 0,1 < \frac{3}{8}$

* supposons que : $0,1 \le U_n \le \frac{3}{8}$ *et montrons* que : $0,1 \le U_{n+1} \le \frac{3}{8}$

$0,1 \le U_n \le \frac{3}{8} \Rightarrow f(0,1) \le f(U_n) \le f(\frac{3}{8})$ (car f est croissante sur $\left[(0,1);\frac{3}{8}\right]$

$\Rightarrow 0,144 \le U_{n+1} \le \frac{3}{8} \quad \Rightarrow 0,1 \le U_{n+1} \le \frac{3}{8}$

conclusion : $0,1 \le U_n \le \frac{3}{8}$; $\forall n \in \mathbb{N}$

3) $U_{n+1}-U_n = U_n[1,6-1,6U_n-1] = U_n.[0,6-1,6U_n] = \frac{U_n}{10}[6-16U_n] = \frac{8}{5}U_n.\left[\frac{3}{8}-U_n\right]$

$\Rightarrow U_{n+1}-U_n \ge 0$ car $0,1 \le U_n \le \frac{3}{8}$ d'où (U_n) est croissante

(U_n) est croissante et majorée par $\frac{3}{8}$ elle est donc convergente

4) a) $1,6.(\frac{5}{8}-U_n)(\frac{3}{8}-U_n) = 1,6.\left[\frac{15}{64}-U_n+U_n^2\right] = \frac{16}{10}\times\frac{15}{64}-(1,6)(U_n-U_n^2)$

$= \frac{3}{8}-(1,6)U_n(1-U_n) = \frac{3}{8}-U_{n+1}$

b) $V_n = \frac{3}{8}-U_n$

* $V_n \ge 0$ car $U_n \le 3/8$

* d'après 4) a) : $V_{n+1} = 1,6(\frac{5}{8}-U_n).V_n \Rightarrow \quad \frac{V_{n+1}}{V_n} = (1,6)(\frac{5}{8}-U_n)$

$U_n \ge 0,1 \Rightarrow -U_n \le \frac{-1}{10} \Rightarrow \frac{5}{8}-U_n \le \frac{21}{40} \Rightarrow (1,6)(\frac{5}{8}-U_n) \le \frac{16}{10}\times\frac{21}{40} \Rightarrow \frac{V_{n+1}}{V_n} \le \frac{4\times21}{100}$

$\Rightarrow \frac{V_{n+1}}{V_n} \le 0,84$

c) * $V_0 = \frac{3}{8}-U_0 = \frac{3}{8}-\frac{1}{10} = \frac{11}{40} \quad \Rightarrow 0 \le V_0 \le (0,84)^0 = 1$ (vrai)

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn